

# بهینه‌سازی غیرخطی

تألیف

دکتر محمد ابراهیم محمد پورزرندی



شماره انتشار ۳۳۷۱

شماره مسلسل ۹۸۳۸

### انتشارات دانشگاه تهران

|                     |   |
|---------------------|---|
| سرشناسه             | : محمدپور زرندي، محمداراهيم                           |
| عنوان و نام پدیدآور | - ۱۳۴۸  |
| وضعیت ویراست        | : بهینه‌سازی غیرخطی/تألیف محمداراهيم محمدپور زرندي.   |
| مشخصات نشر          | : [ویراست ۲]  |
| مشخصات ظاهری        | : تهران: دانشگاه تهران، مؤسسه انتشارات، ۱۳۹۸          |
| فروست               | : ۴۵۰ ص: معمول، جدول، نمودار.                         |
| شایك                | : انتشارات دانشگاه تهران؛ شماره انتشار ۳۳۷۱           |
| وضعیت فهرست‌نویسی   | : قبیلا   |
| یادداشت             | : چاپ سوم   |
| یادداشت             | : چاپ قبلی: همین ناشر، (س، ۳۹۸، ص).                   |
| یادداشت             | : کتابنامه.   |
| موضوع               | : برنامه‌ریزی غیرخطی                                  |
| موضوع               | : برنامه‌ریزی غیرخطی -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی) |
| شناسه افزوده        | : دانشگاه تهران، مؤسسه انتشارات                       |
| ردیبدی کنگره        | : T۵۷/۸/م۳ ۱۳۹۸                                       |
| ردیبدی دیوبی        | : ۵۱۹/۷۶  |
| شماره کتابشناسی ملی | : ۵۶۴۵۱۱۳   |

این کتاب مشمول قانون حمایت از حقوق مؤلفان و مصنفوں است. تکثیر کتاب به هر روش اعم از فتوکری، رسیوگرافی، تهیه فایل‌های pdf، لوح فشرده، بازنویسی در وبلاگ‌ها، سایتها، مجله‌ها و کتاب، بدون اجازه کتبی ناشر مجاز نیست و موجب پیگرد قانونی می‌شود و تمامی حقوق برای ناشر محفوظ است.



عنوان: بهینه‌سازی غیرخطی

تألیف: دکتر محمدراهمیم محمدپور زرندي

نوبت چاپ: سوم با تجدید نظر و اضافات

تاریخ انتشار: ۱۳۹۸

شمارگان: ۲۰۰ نسخه

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران

چاپ و صحافی: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران

«مسئولیت صحت مطالب کتاب با مؤلف است»

بهای: ۶۳۰۰۰ ریال

خیابان کارگر شمالی - خیابان شهید فرشی مقدم - مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران

پست الکترونیک: <http://press.ut.ac.ir> - press@ut.ac.ir

پخش و فروش: تلفکس ۸۸۳۳۸۷۱۲

# بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

## فهرست مطالب

|         |   |
|---------|---|
| .....   | پیشگفتار  |
| .....   | ز   |
| .....   | مقدمه   |
| .....   | ش   |
| 1.....  | فصل اول - معرفی بهینه‌سازی غیرخطی                                       |
| 1.....  | اهداف آموزشی  |
| 1.....  | 1-۱ مقدمه   |
| 3.....  | 1-۲ نگاهی گذرا بر پیشینه بهینه‌سازی غیرخطی                              |
| 4.....  | 1-۳ چگونگی مدل‌سازی در بهینه‌سازی غیرخطی                                |
| 5.....  | 1-۴ روش‌های حل مدل‌ها   |
| 6.....  | 1-۵ تعریف بهینه‌سازی غیرخطی   |
| 7.....  | 1-۶ مراحل به کارگیری بهینه‌سازی غیرخطی در حل مسائل کسب و کار            |
| 7.....  | 1-۷ تقسیم‌بندی مسائل بهینه‌سازی غیرخطی                                  |
| 8.....  | 1-۸ طبقه‌بندی الگوریتم‌های بهینه‌سازی مسائل غیرخطی                      |
| 14..... | 1-۹ معرفی مدل ریاضی بهینه‌سازی غیرخطی                                   |
| 15..... | 1-۱۰ قلمرو و زمینه‌های کاربردی بهینه‌سازی غیرخطی                        |
| 17..... | خلاصه فصل اول   |
| 18..... | تمرینات فصل اول   |
| 19..... | فصل دوم - مدل‌هایی کاربردی از بهینه‌سازی غیرخطی                         |
| 19..... | اهداف آموزشی  |
| 19..... | 2-۱ مقدمه   |
| 19..... | 2-۲ مدل شماره ۱- بهینه‌سازی یکتابع غیرخطی یکمتغیره                      |
| 22..... | 2-۳ مدل شماره ۲- بهینه‌سازی یکتابع غیرخطی یکمتغیره، محدود به یکتابع خطی |
| 23..... | 2-۴ مدل شماره ۳- بهینه‌سازی یکتابع غیرخطی، محدود به یکتابع غیرخطی       |
| 25..... | 2-۵ مدل شماره ۴- بهینه‌سازی یکتابع غیرخطی دو متغیره                     |

|  |   |    |
|--|---|----|
| ۲-۶  | مدل شماره ۵- بهینه‌سازی یکتابع غیرخطی دو متغیره محدود به یکتابع خطی.....          | ۲۷ |
| ۲-۷  | مدل شماره ۶- بهینه‌سازی یکتابع غیرخطی دو متغیره محدود به یکتابع غیرخطی.....       | ۲۷ |
| ۲-۸  | مدل شماره ۷- بهینه‌سازی یکتابع سه متغیره بدون محدودیت.....                        | ۲۸ |
| ۲-۹  | مدل شماره ۸- بهینه‌سازی یکتابع سه متغیره محدود به تابع غیرخطی.....                | ۲۹ |
| ۲-۱۰   | مدل شماره ۹- بهینه‌سازی تولید و فروش.....   | ۳۰ |
| ۲-۱۱   | مدل شماره ۱۰- مدل حداقل کردن خطای برآورد آماری.....                               | ۳۰ |
| ۲-۱۲   | مدل شماره ۱۱- ساختار واقعی شاخص‌ها در برنامه‌ریزی خطی.....                        | ۳۱ |
| ۲-۱۳   | مدل شماره مدل ۱۲- تعیین مناسب‌ترین جایگاه برای احداث پالایشگاه.....               | ۳۲ |
| ۲-۱۴   | مدل شماره ۱۳- جایابی و انتخاب مناسب‌ترین محل برای تجهیزات و ماشین‌آلات تولید..... | ۳۳ |
| ۲-۱۵   | مدل شماره ۱۴- تعیین اندازه بهینه سفارش در یکمدل بهینه‌سازی غیرخطی چند هدفه.....   | ۳۴ |
|  | خلاصه فصل دوم .....   | ۴۰ |
|  | تمرینات فصل دوم .....   | ۴۱ |
| <br>فصل سوم- انواع مدل‌های بهینه‌سازی غیرخطی ..... |   |    |
| ۴۵   | اهداف آموزشی .....  | ۴۵ |
| ۴۵   | ۳-۱ مقدمه .....   | ۴۵ |
| ۴۶   | ۳-۲ برنامه‌ریزی خطی .....   | ۴۶ |
| ۴۸   | ۳-۳ برنامه‌ریزی درجه دوم .....  | ۴۸ |
| ۴۹   | ۳-۴ برنامه‌ریزی جداپذیر .....   | ۴۹ |
| ۵۱   | ۳-۵ برنامه‌ریزی کسری .....  | ۵۱ |
| ۵۱   | ۳-۵-۱ برنامه‌ریزی کسری خطی .....  | ۵۱ |
| ۵۲   | ۳-۵-۲ برنامه‌ریزی کسری غیرخطی .....   | ۵۲ |
| ۵۳   | ۳-۵-۳ برنامه‌ریزی کسری احتمالی (تصادفی) .....                                     | ۵۳ |
| ۵۴   | ۳-۶ برنامه‌ریزی هندسی .....   | ۵۴ |
| ۵۵   | ۳-۷ برنامه‌ریزی احتمالی (تصادفی) .....  | ۵۵ |
| ۵۶   | ۳-۸ برنامه‌ریزی فازی .....  | ۵۶ |
| ۵۸   | خلاصه فصل سوم .....   | ۵۸ |
| ۶۱   | تمرینات فصل سوم .....   | ۶۱ |

□ ج فهرست مطالب

|   |     |
|---|-----|
| فصل چهارم- دشواری‌ها و پیچیدگی‌های بهینه‌سازی غیرخطی.....               | ۶۳  |
| اهداف آموزشی.....   | ۶۳  |
| ۴-۱ مقدمه.....  | ۶۳  |
| ۴-۲ برخی از مشکلات برنامه ریزی غیر خطی.....                             | ۶۴  |
| ۴-۲-۱ قرار گیری جواب بهینه روی منحنی منطقه موجه.....                    | ۶۷  |
| ۴-۲-۲ قرار گیری جواب بهینه بر روی خطی در منطقه موجه.....                | ۶۹  |
| ۴-۲-۳ قرار گیری جواب بهینه درون منطقه موجه.....                         | ۷۰  |
| ۴-۲-۴ تعیین اکسترمم‌های (غایی‌های) مطلق و نسبی.....                     | ۷۰  |
| ۴-۳ شرایط لازم و کافی نقاط غایی (اکسترمم).....                          | ۷۳  |
| خلاصه فصل چهارم.....  | ۸۴  |
| تمرینات فصل چهارم.....  | ۸۵  |
| فصل پنجم- مجموعه‌ها و توابع محدب و مقعر.....                            | ۸۷  |
| اهداف آموزشی.....   | ۸۷  |
| ۵-۱ مقدمه.....  | ۸۷  |
| ۵-۲ مجموعه محدب.....  | ۸۸  |
| ۵-۳ مجموعه محدب و نقاط رأسی.....  | ۸۹  |
| ۵-۴ توابع محدب و مقعر.....  | ۹۰  |
| ۵-۵ خواص توابع محدب و مقعر.....   | ۹۱  |
| ۵-۶ نمونه‌هایی از اشکال توابع محدب و مقعر.....                          | ۹۲  |
| ۵-۷ شرط تحبد و تعقر برای یک تابع درجه دوم.....                          | ۹۳  |
| ۵-۸ شرط وجود مجموعه محدب در ناحیه عملی برنامه ریزی غیرخطی.....          | ۹۵  |
| ۵-۹ بردار گرادیان و ماتریس هشین.....                                    | ۹۵  |
| ۵-۱۰ رابطه بین مجموعه محدب و تابع محدب.....                             | ۹۶  |
| خلاصه فصل پنجم.....   | ۹۸  |
| تمرینات فصل پنجم.....   | ۹۹  |
| فصل ششم- روش‌های مستقیم در حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی بدون محدودیت..... | ۱۰۱ |
| اهداف آموزشی.....   | ۱۰۱ |
| ۶-۱ مقدمه.....  | ۱۰۱ |

|  |     |
|--|-----|
| ۶-۲ روش‌های جستجوی بهینه‌سازی توابع تک متغیره بدون استفاده از مشتق.....        | ۱۰۳ |
| ۶-۲-۱ جستجوی یکنواخت.....  | ۱۰۴ |
| ۶-۲-۲ الگوریتم‌های جستجوی متوالی.....  | ۱۰۴ |
| ۶-۲-۲-۱ روش جستجوی "سه نقطه‌ای".....   | ۱۰۵ |
| ۶-۲-۲-۲ روش جستجوی دو بخشی.....  | ۱۰۶ |
| ۶-۲-۲-۳ روش جستجوی فیبوناچی.....   | ۱۰۸ |
| ۶-۲-۲-۴ روش جستجوی نسبت طلایی.....   | ۱۱۵ |
| ۶-۳ روش‌های جستجوی مستقیم برای توابع تک متغیره با استفاده از مشتق.....         | ۱۲۰ |
| ۶-۳-۱ روش نیمه بخشی.....   | ۱۲۰ |
| ۶-۳-۲ استفاده از مشتقات متوالی.....  | ۱۲۲ |
| ۶-۳-۳ روش نیوتون.....  | ۱۲۳ |
| ۶-۴ روش‌های جستجوی مستقیم برای توابع چند متغیره بدون استفاده از مشتق.....      | ۱۲۷ |
| ۶-۴-۱ حرکت سیکلی در طول مؤلفه‌ها.....  | ۱۲۷ |
| ۶-۴-۲ روش هوک و جیوز.....  | ۱۳۰ |
| ۶-۴-۳ روش رزنبراگ.....   | ۱۳۵ |
| ۶-۵ روش‌های جستجوی مستقیم برای توابع چند متغیره و با استفاده از مشتق.....      | ۱۳۸ |
| ۶-۵-۱ استفاده از مشتقات متوالی.....  | ۱۳۸ |
| ۶-۵-۲ روش کوشی.....  | ۱۴۱ |
| ۶-۵-۳ روش نیوتون-رافسون.....   | ۱۴۴ |
| ۶-۵-۴ روش گرادیان.....   | ۱۴۸ |
| ۶-۵-۵ روش‌های شبه - نیوتونی.....   | ۱۵۵ |
| ۶-۵-۵-۱ روش پاول یا جهت‌های جستجوی مزدوج.....                                  | ۱۵۵ |
| خلاصه فصل ششم.....   | ۱۵۹ |
| تمرینات فصل ششم.....   | ۱۶۵ |
| <b>فصل هفتم- روش‌های مستقیم در حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی با محدودیت</b> ..... | ۱۶۹ |
| اهداف آموزشی.....  | ۱۶۹ |
| ۷-۱ مقدمه.....   | ۱۶۹ |
| ۷-۲ روش‌های بهینه سازی مسائل برنامه‌ریزی مقید به محدودیتهای خطی.....           | ۱۶۹ |
| ۷-۲-۱ روش لاغرانژ.....   | ۱۷۰ |

فهرست مطالب □ خ

|     |   |   |
|-----|---|---|
| ۱۷۰ | ۷-۲-۱-۱   | مسئله با یک قید تساوی   |
| ۱۷۷ | ۷-۲-۱-۲   | مسئله با بیش از یک قید تساوی                                    |
| ۱۷۸ | ۷-۲-۲   | شرایط بهینگی فربنزجان   |
| ۱۸۱ | ۷-۲-۳   | شرایط کان-تاکر  |
| ۱۸۲ | ۷-۲-۳-۱   | قیود نامساوی  |
| ۱۸۴ | ۷-۲-۳-۲   | مسئله با بیش از یک قید نامساوی                                  |
| ۱۸۴ | ۷-۲-۳-۲-۱   | شرایط لازم و کافی کان-تاکر                                      |
| ۱۸۷ | ۷-۲-۳-۳   | بهینه‌سازی توابع درجه دو  |
| ۱۹۴ | ۷-۲-۴   | روش نیوتون - رافسون   |
| ۲۰۰ | ۷-۳   | روش‌های بهینه‌سازی مسائل برنامه‌ریزی مقید به محدودیت‌های غیرخطی |
| ۲۰۰ | ۷-۳-۱   | تابع جریمه  |
| ۲۱۵ | خلاصه فصل هفتم                                    |   |
| ۲۲۰ | تمرینات فصل هفتم                                  |   |
| ۲۲۳ | فصل هشتم - روش‌های غیرمستقیم در بهینه‌سازی غیرخطی |   |
| ۲۲۳ | اهداف آموزشی                                      |   |
| ۲۲۳ | ۸-۱   | مقدمه   |
| ۲۲۴ | ۸-۲   | برنامه‌ریزی درجه دوم  |
| ۲۳۲ | ۸-۳   | مسئله متمم خطی (L.C.P)  |
| ۲۳۷ | ۸-۴   | الگوریتم مکمل محوری   |
| ۲۴۳ | ۸-۵   | برنامه‌ریزی کسری  |
| ۲۴۳ | ۸-۵-۱   | برنامه ریزی کسری خطی  |
| ۲۴۳ | ۸-۵-۱-۱   | روش سیمپلکس محدب  |
| ۲۵۵ | ۸-۵-۱-۲   | روش چارنز-کوپر  |
| ۲۵۹ | ۸-۵-۲   | برنامه‌ریزی کسری غیرخطی (NLFP)                                  |
| ۲۶۰ | ۸-۵-۲-۱   | الگوریتم دینکل بج   |
| ۲۶۲ | ۸-۵-۳   | برنامه‌ریزی کسری تصادفی   |
| ۲۶۳ | ۸-۵-۳-۱   | مسئله بهینه‌سازی مجموع-کسری-تصادفی                              |
| ۲۶۵ | ۸-۶-۱   | تابع هدف غیرخطی با قطعات خطی                                    |
| ۲۶۹ | ۸-۶-۲   | تابع هدف با مقیاس غیراقتصادی                                    |

|            |  |
|------------|--|
| ۲۷۱        | ۸-۶-۳ تقریب خطی توابع غیرخطی   |
| ۲۸۰        | خلاصه فصل هشتم   |
| ۲۸۴        | تمرینات فصل هشتم   |
| <b>۲۸۷</b> | <b>فصل نهم - سایر روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی</b>                            |
| ۲۸۷        | اهداف آموزشی   |
| ۲۸۷        | ۹-۱ مقدمه  |
| ۲۸۸        | ۹-۲ برنامه‌ریزی هندسی  |
| ۳۰۰        | ۹-۳ برنامه‌ریزی احتمالی (تصادفی)   |
| ۳۰۱        | ۹-۳-۱ حالت‌های مختلف برنامه‌ریزی تصادفی                                    |
| ۳۰۹        | ۹-۴ برنامه‌ریزی خطی فازی   |
| ۳۱۱        | ۹-۴-۱ برنامه‌ریزی خطی با منابع فازی  |
| ۳۱۴        | ۹-۴-۲ برنامه‌ریزی خطی با ضرایب هدف فازی                                    |
| ۳۱۶        | ۹-۴-۳ برنامه‌ریزی خطی با ضرایب محدودیت‌های فازی                            |
| ۳۱۷        | ۹-۴-۴ مقایسه برنامه‌ریزی خطی فازی و برنامه‌ریزی غیرقطعی (احتمالی)          |
| ۳۱۹        | خلاصه فصل نهم  |
| ۳۲۰        | تمرینات فصل نهم  |
| <b>۳۲۳</b> | <b>فصل دهم - روش‌های فرآبتكاری در حل مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی</b>          |
| ۳۲۳        | اهداف آموزشی   |
| ۳۲۴        | ۱۰-۱ مقدمه   |
| ۳۲۵        | ۱۰-۲ هوش مصنوعی  |
| ۳۲۶        | ۱۰-۳ محاسبات طبیعی   |
| ۳۲۷        | ۱۰-۴ هوش محاسباتی  |
| ۳۲۸        | ۱۰-۵ تاریخچه الگوریتم‌های فرآبتكاری  |
| ۳۲۹        | ۱۰-۶ طبقه‌بندی عمومی الگوریتم‌های فرآبتكاری                                |
| ۳۳۰        | ۱۰-۷ طبقه‌بندی الگوریتم‌های فرآبتكاری بر مبنای خواص ذاتی و ویژگی‌های مشترک |
| ۳۳۰        | ۱۰-۷-۱ الگوریتم‌های تصادفی   |
| ۳۳۱        | ۱۰-۷-۲ الگوریتم‌های تکاملی   |
| ۳۳۲        | ۱۰-۷-۳ الگوریتم‌های فیزیکی   |

فهرست مطالب □ ذ

|          |           |  |
|----------|-----------|--|
| ۳۳۳..... | ۱۰-۷-۴    | الگوریتم‌های احتمالی   |
| ۳۳۴..... | ۱۰-۷-۵    | الگوریتم‌های ازدحام  |
| ۳۳۵..... | ۱۰-۷-۶    | الگوریتم‌های ایمن  |
| ۳۳۶..... | ۱۰-۷-۷    | الگوریتم‌های عصبی  |
| ۳۳۸..... | ۱۰-۸      | جست‌وجوی پراکنده   |
| ۳۴۴..... | ۱۰-۹      | جست‌وجوی ممنوع (TS)  |
| ۳۴۴..... | ۱۰-۹-۱    | مفاهیم پایه  |
| ۳۴۶..... | ۱۰-۹-۲    | فهرست‌های ممنوع (تابوها)   |
| ۳۴۶..... | ۱۰-۹-۳    | الگوریتم جست‌وجوی ممنوع  |
| ۳۴۷..... | ۱۰-۹-۴    | شرط توقف   |
| ۳۵۰..... | ۱۰-۱۰     | الگوریتم ژنتیک   |
| ۳۵۲..... | ۱۰-۱۰-۱   | عملگرهاي الگوریتم ژنتیک  |
| ۳۵۲..... | ۱۰-۱۰-۱-۱ | عملگر انتخاب   |
| ۳۵۲..... | ۱۰-۱۰-۱-۲ | عملگر تولید مثل  |
| ۳۵۳..... | ۱۰-۱۰-۱-۳ | عملگر جهش  |
| ۳۵۴..... | ۱۰-۱۰-۲   | استفاده از الگوریتم ژنتیک در حل مسائل برنامه‌ریزی کسری خطی               |
| ۳۵۴..... | ۱۰-۱۰-۳   | اصول و روش‌ها  |
| ۳۵۵..... | ۱۰-۱۰-۴   | روش پیدا کردن حدود بالا و پایین برای متغیرها                             |
| ۳۵۶..... | ۱۰-۱۰-۵   | مراحل بهینه‌سازی مسئله برنامه‌ریزی کسری خطی با استفاده از الگوریتم ژنتیک |
| ۳۵۷..... | ۱۰-۱۰-۶   | نتایج  |
| ۳۵۹..... | ۱۰-۱۱     | بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)   |
| ۳۶۰..... | ۱۰-۱۱-۱   | الگوریتم PSO   |
| ۳۶۲..... | ۱۰-۱۱-۲   | انواع الگوریتم‌های PSO   |
| ۳۶۴..... | ۱۰-۱۲     | بهینه‌سازی کلندی مورچگان (ACO)   |
| ۳۶۵..... | ۱۰-۱۲-۱   | مفاهیم پایه  |
| ۳۶۶..... | ۱۰-۱۲-۲   | استفاده از الگوریتم کلندی مورچگان برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد         |
| ۳۶۷..... | ۱۰-۱۲-۳   | الگوریتم کلندی مورچگان   |
| ۳۷۰..... | ۱۰-۱۳     | الگوریتم تبرید تدریجی شبیه‌سازی شده (SA)                                 |
| ۳۷۱..... | ۱۰-۱۳-۱   | فرایند آنیل کردن فلزات (نرم کردن فلزات)                                  |

|     |   |
|-----|---|
| ۳۷۲ | ۱۰-۱۳-۲ پارامترهای SA   |
| ۳۷۲ | ۱۰-۱۳-۳ الگوریتم تبرید تدریجی شبیه‌سازی شده                         |
| ۳۷۶ | ۱۰-۱۴ الگوریتم بهینه‌سازی بیزین                                     |
| ۳۷۶ | ۱۰-۱۴-۱ شبکه بیزین  |
| ۳۷۸ | ۱۰-۱۴-۲ الگوریتم  |
| ۳۷۸ | ۱۰-۱۴-۲-۱ متريک ديريچلت بیزین                                       |
| ۳۸۳ | ۱۰-۱۵ الگوریتم انتخاب منفی  |
| ۳۸۴ | ۱۰-۱۵-۱ سистем ايمني انسان  |
| ۳۸۴ | ۱۰-۱۵-۲ الگوریتم  |
| ۳۸۶ | ۱۰-۱۵-۲-۱ تعريف خودي  |
| ۳۸۶ | ۱۰-۱۵-۲-۲ توليد تشخيص گرها  |
| ۳۹۰ | ۱۰-۱۶ شبکه‌های عصبی پرسپترون  |
| ۳۹۱ | ۱۰-۱۶-۱ مسائل مناسب برای یادگیری شبکه‌های عصبی                      |
| ۳۹۱ | ۱۰-۱۶-۲ ساختار و فرایند یادگیری شبکه عصبی پرسپترون                  |
| ۳۹۳ | ۱۰-۱۶-۳ الگوریتم شبکه‌های عصبی پرسپترون                             |
| ۳۹۷ | خلاصه فصل دهم   |
| ۳۹۸ | تمرینات فصل دهم   |
| ۳۹۹ | پیوست ۱- مروری بر بردارها و ماتریس‌ها                               |
| ۴۰۷ | پیوست ۲- نظریه فازی   |
| ۴۱۱ | پیوست ۳- حل مسائل بهینه‌سازی غیر خطی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB |
| ۴۲۳ | واژه نامه فارسی به انگلیسی  |
| ۴۳۵ | فهرست منابع   |

## پیشگفتار

شاید این بخش که ابتدایی ترین بخش کتاب است، کمتر از سایر فصل‌ها با توجه خوانندگان روبه‌رو شود و اصولاً با نیم نگاهی سطحی و مختصر به سراغ بقیه کتاب برویم، کاری که خود من هم تا همین سال‌های اخیر، انجام می‌دادم!

اما گاهی پیش گفتار یا همان کلام مؤلف آنچنان تأثیر شگرفی در ذهن و قلب خواننده بهجا خواهد گذاشت که نه تنها در مطالعه آن کتاب و بحث حاضر، بلکه در تحصیل دانش بی‌پایان ازلی از کتاب بیکران هستی نیز یاریگر و مشوق وی خواهد شد.

خوشحالم که با داشتن استادان بزرگ و خبره در ریاضیات و بهویژه در شاخه "تحقیق در عملیات" مانند دکتر جهانشاهلو، و استاد فقید دکتر محمد جواد اصغر پور، اینجانب نیز بهعنوان یکی از شاگردان ایشان، اولین کتاب خود را در زمینه بهینه‌سازی غیرخطی تألیف کردم، با این امید که با بیان ساده‌تر و مفصل‌تر (همراه با جزییات) به درک بهتر دانشجویان در این زمینه کمک کنم. چراکه گاهی پیچیدگی زیاد و یا اختصار بیش از حد در بیان مسائل و مطالب، موجب سردرگمی و عدم تفهیم مطلب خواهد شد.

استادان بسیاری در این زمینه مشغول به تدریس و تحقیق بوده و هستند و کتاب‌های فراوانی به زبان‌های مختلف در این زمینه نوشته شده است، اما با توجه به اهمیت بهینه سازی و بهویژه بهینه‌سازی غیر خطی و نقش آن در ارتقای سطح مدیریت در سازمان‌ها و بنگاه‌های اقتصادی، خلاً کتاب‌های فارسی در این زمینه بسیار محسوس است، گرچه بعضی منابع به زبان فارسی در این زمینه وجود دارد، اما هنوز نیاز دانشجویان در رشته‌های مختلف دانشگاهی در مقاطع کارشناسی ارشد و دوره دکتری از قبیل: تحقیق در عملیات، مدیریت صنعتی، علوم اقتصادی و مهندسی صنایع و غیره مرتفع نشده است، پس لازم است اینگونه مطالب با رویکردهای مختلف در این زمینه تألیف شوند. در این کتاب سعی دارم گوشه‌ای از نیاز دانشجویان و تصمیم‌سازان این عرصه را پاسخگو باشم.

همچنین ضمن تأکید بر طرح مباحث نظری در کتاب حاضر کوشش شده که حالت کاربردی آن هم حفظ شود.

سعی من در تألیف کتاب حاضر با وجود آثار جامع و فراوان از استادان برجسته این علم، دسته‌بندی ملموس‌تر و قابل فهم‌تر مبانی این شاخه در ۱۰ فصل، به همراه مثال‌های مرتبط و مبانی ریاضی مربوط بوده است، امید دارم که همچون قطره‌ای در دریای بیکران دانش ریاضیات، تلاشی هر چند ناچیز کرده باشم. برخود لازم می‌دانم که از همراهی و حمایت خانواده‌ام بهویژه پدر بزرگوارم، مادر مهربانم، همسر فداکار و دلسوزم و فرزندانم، خالصانه و بی ریا قدردانی کنم.

در پایان از همکاری صمیمانه استاد فقید دکتر غلامرضا جهانشاهلو که در ویراستاری علمی کتاب یاریگر من بودند و همچنین از سرکار خانم‌ها کوکب شریفی و معصومه نوروزی و در نهایت از مساعدت انتشارات دانشگاه تهران که رحمت چاپ کتاب را بر عهده گرفتند، سپاسگزارم.  
در خاتمه از تمامی استادان، دانشجویان و پژوهشگران تقاضا دارم که تذکرات و نظرات ارزشمند و سازنده خود را برای اصلاح در چاپ‌های بعدی مطرح کنند.

و من الله التوفيق

محمد ابراهیم محمد پورزرندی

## مقدمه

بهینه‌سازی فرآیندی است که با آن می‌توان پاسخ بهینه مسائل گوناگون را تعیین کرد، این انگاره، بنا به ماهیت خویش یک زمینه علمی و ریاضی بوده و مبین عملکرد یک سیستم است. چرا که اغلب از این انگاره برای بیشینه‌سازی یا کمینه‌سازی توابع، استفاده می‌شود. واژه بهترین بیان می‌دارد که بیش از یک جواب و راه حل برای مسئله وجود دارد، که یافتن بهترین جواب (جواب بهینه) بستگی به مسئله در دسترس، روش حل و خطای مجاز دارد.

آنچه در این فرآیند، منطقی به نظر می‌رسد، این است که مسئله در ساختار واقعی خود به صورت ریاضی فرموله و با روش مناسب نیز حل شود به عبارت دقیق‌تر این کار از طریق بهینه‌سازی ریاضی انجام می‌پذیرد اما از آنجایی که پدیده‌های جهان واقعی رفتارهای غیر خطی دارند، پس بهینه‌سازی در این شرایط نیز غیرخطی است. بهینه‌سازی غیرخطی، زیرشاخه‌ای از بهینه‌سازی ریاضی<sup>۱</sup> است که با مسائل و مدل‌های غیرخطی سروکار دارد. این وضعیت زمانی رخ می‌دهد که مفروضات اساسی<sup>۲</sup> بهینه‌سازی خطی نقض شده است، چرا که استفاده از مفروضات، چارچوب مدل را محدود کرده و در عمل ما را از وضعیت جهان واقعی دور و ساختار مسئله را ساده می‌کند. بر این اساس در مسائل سازمانی امروز به دلیل بزرگی و پیچیدگی سازمان‌ها ملاحظه می‌کنیم که روابط حاکم بر متغیرها، غیر خطی است و در نتیجه بهینه‌سازی آنها به صورت خطی جواب منطقی به مدیران و تصمیم‌گیرندگان نخواهد داد و در نتیجه سازمان‌ها، نیز پاسخ بهینه‌ای را برای مسائل خود نخواهند یافت.

از آنجایی که تمامی مطالب این کتاب به شرح و بسط بهینه‌سازی غیر خطی اختصاص دارد، شایسته است که در ابتدای کار اشاره‌گذاری به تاریخچه و معرفی این نظریه و مفاهیم واقعی آن در فصل آغازین داشته باشیم. پس از آن برای آشنایی با ساختار مسائل بهینه‌سازی غیرخطی در فصل دوم چگونگی مدل‌سازی آنها با ارائه مثال‌های کاربردی در قالب ۱۴ الگو تشریح شده است.

در فصل سوم با دسته‌بندی روش‌های مختلف بهینه‌سازی خطی، انواع روش‌های بهینه‌سازی معرفی و با مثال‌های مربوط به هر روش تعیین شده است که این دسته‌بندی کمک قابل توجهی به شناخت مدل و همچنین انتخاب روش حل مناسب آن هم خواهد کرد.

1-Mathematical optimization

2- مفروضات اساسی بهینه‌سازی خطی شامل: ۱. شرایط به طور کامل معلوم؛ ۲. خطی بودن؛ ۳. ثابت بودن ضرایب فنی در طول مدت برنامه‌ریزی؛ ۴. تقسیم‌پذیری و پیوستگی متغیرهای تصمیم؛ ۵. ایستایی و ۶. غیر منفی بودن متغیرها است.

پس از شناخت انواع روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی در می‌یابیم که پیچیدگی‌ها و محدودیت‌هایی در یافتن پاسخ بهینه اینگونه مسائل وجود دارد که این وضعیت در مقایسه با بهینه‌سازی خطی نیازمند درک مناسب و کامل‌تر آنهاست، پس در فصل چهارم به تجزیه و تحلیل این دسته از مشکلات و پیچیدگی‌ها پرداخته شده است. در مدل‌های غیر خطی که به صورت برنامه‌ریزی محدب باشند، امکان پیدا کردن جواب بهینه مطلق وجود دارد، اما در برنامه‌ریزی‌های غیرمحدب امکان شناسایی نقاط بهینه مطلق به آسانی فراهم نیست، به همین دلیل فصل پنجم را به معرفی مجموعه‌ها و توابع محدب و غیر محدب اختصاص داده‌ایم، که این فصل زمینه‌ساز دستیابی به روش‌های حل مسائل غیر خطی در این شرایط خواهد شد.

بعضی از مسائل بهینه‌سازی را می‌توان از راه بهینه سازی کلاسیک مانند روش‌های ژاکوبی یا لاگرانژ حل کرد. اما چنین روش‌هایی برای حجم وسیعی از مسائل بهینه سازی غیر خطی مناسب نیستند، پس اینگونه مسائل را باید با روش‌های بسیار کاراتری که برای این منظور خاص طراحی و حتی نرم‌افزارهای آنها هم تولید شده است، حل کرد.

در طول تاریخ بهینه‌سازی ریاضی، مجموعه‌ای از این روش‌ها برای حل این مسائل ابداع و ارائه شده‌اند که شاید بعضی از آنها به فراموشی سپرده شده‌اند یا بعضی از آنها به دلیل پیچیدگی‌های بسیار استفاده نشده‌اند. بر این اساس در فصل‌های بعدی، سعی شده است، که روش‌های ویژه‌ای که مشهور هستند ارائه شوند و به همین دلیل در فصل ششم روش‌های مستقیم حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی بدون محدودیت و در فصل هفتم؛ با همین رویکرد مسائل غیر خطی دارای محدودیت ارائه شده است.

در فصل هشتم نیز روش‌های غیر مستقیم بهینه‌سازی غیرخطی که امکان تبدیل یک مسئله غیر خطی را به یک مسئله دیگر فراهم می‌کنند، تشریح شده و در نهایت در فصل نهم سایر روش‌های بهینه سازی غیر خطی که اغلب به صورت غیرمحدب هستند، تجزیه و تحلیل شده‌اند. از آنجائی که استفاده از الگوریتم‌ها و روش‌های بهینه‌سازی یاد شده در فصول قبلی، هنگامی که برای مسائل بزرگ و پیچیده به کار گرفته می‌شوند، نیازمند صرف زمان و انرژی زیادی خواهد بود، در فصل دهم به دسته‌ای دیگر از روش‌های بهینه‌سازی تحت عنوان، الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسائل غیرخطی و برخی از کاربردهای آنها پرداخته شده است.

البته باید یادآوری کرد که برای تکمیل یادگیری مطالب کتاب، پیوست‌هایی نیز در انتهای آن به اختصار آورده شده است که کمک قابل توجهی به حل مسائل خواهد کرد علاوه بر این موضوع، اهداف آموزشی هر فصل در ابتدای همان فصل برای رسیدن به شناخت اولیه و عمومی از مطالب آن فصل ذکر شده و در انتهای هر فصل هم خلاصه مطالب فصل که به درک بهتر مطالب آن فصل منجر می‌شود ارائه شده است و تعدادی تمرین و مسئله نیز برای تمرین بیشتر آورده است و در نهایت واژه نامه فارسی به انگلیسی نیز برای همگن شدن معادل‌های لاتین مطالب ارائه شده است.